

Ein Teilchenmodell für Nukleonen

Version 8a

8. Januar 2008

Autor:

Günter Schäfer

guenterschaefer@hadronics.de

Kurzfassung

Die bisherigen Modelle und Theorien der Teilchenphysik, wie z.B. das Quarkmodell, das aus den unitären Symmetrien abgeleitet wurde, oder das allgemeinere Standardmodell der Teilchenphysik, das auf Quantenfeldtheorien basiert, besitzen keinen Zugang zu den Massenspektren bzw. zu den mit Massen verknüpften Eigenschaften der Teilchen. Das trifft auch für die verschiedenen in der Kernphysik verwendeten Kernmodelle zu, aus denen sich z.B. nicht die exakten Werte der Bindungsenergien und der magnetischen Dipolmomente der Kerne ergeben.

In der vorliegenden Arbeit wird ein Konstituentenmodell für die Nukleonen vorgestellt, das sich in Anlehnung an den Aufbau der Kerne aus Protonen und Neutronen ergibt. Als Konstituenten eignen sich die Müonen und Pionen aus dem Massenspektrum der Leptonen bzw. Mesonen. Aus Vielfachen von einzelnen und Kombinationen von beiden Konstituentenarten entstehen Energieterme, die ca. 5-12 MeV über den Ruhenergien der Nukleonen liegen. Die zwei niedrigsten Zustände können als angeregte Zustände des Protons und des Neutrons dienen. Die elektrischen Ladungen ergeben sich korrekt, die Spins der Nukleonen werden durch die beteiligten Müonen bestimmt.

Durch geeignete Auswahl und Verknüpfung der aus dem Modell entstandenen Termdifferenzen im Sinne von kompletten diskreten Überlappungen kann man realistische N-N-Bindungen bilden, mit denen man die Werte der experimentell ermittelten Bindungsenergien der Kerne numerisch präzise erhält. Es werden die Bindungsenergien leichter Kerne, z.B. die Deuteronenbindungsenergie BE_{2H} , die Bindungsenergien von alphastrukturierten Kernen, die maximale Bindungsenergie pro Nukleon BE_{max}/N u.a. über ein Konstituentenmodell dargestellt, ohne Kernpotentiale oder dynamische Theorien bemühen zu müssen. Auch lassen sich erstmalig die Ruhmassen $m_{0,p}$ und $m_{0,n}$ der Nukleonen mit großer Genauigkeit berechnen (siehe folgende Tabelle).

Tabelle: Einige wichtige Ergebnisse aus dem Teilchenmodell

Nukleon- bzw. Kerneigenschaft	Modellwert [MeV]	experimenteller Wert [MeV]	Differenz (Modell – exp.) [MeV]
$m_{0,p}$	938,2719	938,2720	- 0,0001
$m_{0,n}$	939,5660	939,5654	+ 0,0006
BE_{2H}	2,221	2,225	- 0,004
BE_{4He}	28,278	28,296	- 0,018
BE_{max}/N ukleon	8,784	8,790	- 0,006

Gliederung

1	Einleitung.....	4
2	Das Teilchenmodell.....	6
3	Das Termschema der Nukleonen.....	9
3.1	Definitionen.....	11
3.2	Zu Termdifferenzen und Termspezifika.....	12
3.3	Berechnung der Nukleonenruhmassen.....	13
4	Die Bindungsenergien der Atomkerne.....	14
4.1	Grundlagen.....	14
4.2	Singulett- und Tripletbindung.....	15
4.3	Tritium- und ^3He -Kern.....	16
4.4	Alpha-Kern.....	19
4.5	Kerne mit 6 und 7 Nukleonen.....	20
4.6	Zusammenstellung der Bindungsenergien.....	21
4.7	Einige magische und nichtmagische Kerne.....	22
4.8	Zusammenstellung der Bindungsarten.....	23
5	Diskussion.....	24
6	Literatur.....	25

1 Einleitung

Es existieren Teilchensysteme auf den verschiedensten Strukturebenen, die sich einem exakten Verständnis entziehen. Die Beziehungen der Teilchen untereinander, die Wechselwirkungen (WW), erschweren es, die einzelnen Teilchen als auch die WW-Größen als isolierte Objekte zu beobachten oder theoretisch zu behandeln.

Auf makroskopischen Strukturebenen ist von Vorteil, dass die WW-Energien um viele Größenordnungen kleiner sind als die Ruhenergien der Körper selbst. Die Körper existieren relativ isoliert von den anderen, es ist nur wenig Energie zwischen ihnen, sie sind voneinander unterscheidbar und damit abzählbar, d.h. sie sind nahezu wohldefinierbar.

Auf mikrophysikalischen Strukturebenen, etwa bis zur Ebene der Atomkerne, kann man die Strukturen in niedrigangeregten Zuständen noch als Ansammlungen von quasi diskreten Konstituenten verstehen, denn die Massen der Kerne erscheinen als nahezu ganzzahlige Vielfache der Massen der Nukleonen. Das Konstituentenmodell Atomkern führte zum Massendefekt, nachdem Abweichungen von der Ganzzahligkeit nachweisbar wurden. Dieser Massendefekt enthält die gesamte Bindungsenergie eines Kerns, er ist als starker Beweis der Einsteinschen Beziehung $E = mc^2$ in die Wissenschaftsgeschichte eingegangen. Danach wandelt sich Ruhenergie in WW-Energie und umgekehrt. Eine Ausdehnung des in der Makrophysik erfolgreichen Bausteinprinzips bis auf die Ebenen der Nukleonen und Quarks erfolgte nur in Ansätzen und nicht konsequent. Es ist auch auffällig, dass dieses einfache, der Natur abgeschautete Prinzip relativ losgelöst von den dynamischen Gesetzmäßigkeiten existiert.

So sind die Natur und Größe der Kernkräfte, z.B. die Deuteronbindungsenergie, bis heute nicht richtig verstanden und berechenbar. Die Bindungsenergien der Kerne werden aus dem Tröpfchenmodell über eine mehr phänomenologische Formel von Bethe-Weizsäcker berechnet. Man verwendet zwar physikalische Ansätze, aber die Berechnungen werden an die experimentellen Daten angepasst. Insbesondere für kleine Nukleonenzahlen, wenn es auf die Einzelheiten der Kernstruktur ankommt, erhält man mit der Formel keine Übereinstimmung mit den experimentellen Werten.

Nach den Entdeckungen einer Vielzahl von Teilchen fanden sich in den 1960er Jahren mathematische Ansätze aus der Gruppentheorie, den unitären Symmetrien, die es ermöglichten, Ordnung in den so genannten Teilchenzoo zu bringen. Es entstand das vor allem für die Systematisierung der wachsenden Zahl von Teilchen nützliche Quarkmodell für die Darstellung der elektrischen Ladungen und der Quantenzahlen der Mesonen und Baryonen. Demnach bestehen die Mesonen aus zwei und die Baryonen aus drei Quarks mit gedrittelten Ladungen. Elektronen-Protonen Streuexperimente konnten später bestätigen, dass die Nukleonen tatsächlich eine innere Struktur besitzen. Die Quarks existieren aber als virtuelle Objekte gemeinsam mit den WW-Quanten, den Gluonen, und Quark-Antiquark-Paaren wie in einem Käfig und lassen sich deshalb nicht direkt, d.h. als freie Teilchen, beobachten. Infolgedessen sind auf experimentellem Wege auch keine exakten Aussagen z.B. über die Quarkmassen zu erwarten. Das Quarkmodell war der erste erfolgreiche Versuch, das Bausteinprinzip in Strukturebenen der Kerne weiterzuführen. Es ist aber nur ein Konstituentenmodell hinsichtlich der Ladungen und anderer Quantenzahlen, denn die unseres Erachtens wichtigste Teilcheneigenschaft Ruhmasse wird dabei nicht erfasst.

Auch werden Modelle mit Konstituentenquarks als Quasiteilchen benutzt, um spektroskopische Eigenschaften der Baryonen und Mesonen zu erklären /1,2/. Das so genannte semiquantitative Konstituentenmodell stellt die Nukleonen in niedrig angeregten Zuständen mit gefitteten Konstituentenmassen dar. Dabei geht man von phänomenologischen

Massenformeln aus und verwendet für einen Fit zur Darstellung der unbekanntenen Quarkmassen die experimentellen Mesonen- und Baryonenmassen als auch die experimentellen Werte der magnetischen Dipolmomente der Nukleonen. Die magnetischen Dipolmomente der Hyperonen ergeben sich aus dem Quarkmodell, wenn man als Eingangsgrößen die Momente der Nukleonen und des Λ^0 -Hyperons verwendet. Die Konstituentenquarks sind einerseits effektive Bausteine, man kann alle Quantenzahlen der Hadronen daraus ableiten, andererseits wirken sie wie elementare Teilchen, man kann sie wie Dirac-Teilchen zur Berechnung der magnetischen Dipolmomente benutzen. Aber sie sind nicht elementar, sondern man vermutet, sie seien die nackten Valenzquarks. Es wird dabei betont, dass das Massenspektrum der Mesonen und Baryonen sehr gut ohne einen dynamischen Massenterm, der von der kinetischen Energie der Quarks oder vom Potential der starken WW abhängt, beschrieben werden kann.

Der Widerspruch zwischen der Erwartung, dass man aufgrund der aus den Quantenfeldtheorien abgeschätzten Massen der Stromquarks (z.B. u- und d-Quark ca. 5 - 15 MeV /2/) die Konstituentenquarkmassen relativistisch herleiten muss, und den Erfolgen des semiquantitativen nichtrelativistischen Konstituentenmodells, das mit effektiven Quarks von einigen hundert MeV arbeitet, ist eine starke Stütze für das in diesem Beitrag praktizierte Vorgehen.

Das heute umfassendste Modell der Teilchen und WW ist das Standardmodell der Teilchenphysik. Es wurde aus Quantenfeldtheorien hergeleitet und fasst die Teilchen und die WW zusammen. Es enthält die Quantenchromodynamik, die Theorie der Starken WW von Quarks und Gluonen, und die Quantenflavordynamik, die Theorie der Elektroschwachen WW. Das Standardmodell arbeitet aber mit 18 freien Parametern, die von Hand eingebracht werden müssen, und kann wichtige Phänomene, die wiederum mit den Massen der Teilchen zu tun haben, nicht erklären. Man hofft, dass sich die Nukleon-Nukleon-Bindungen schließlich als Rest-WW der Farbkräfte zwischen den Quarks ergeben.

Die Darstellung von Teilchenmassen auf der Nukleonenebene und daraus entwickelten Eigenschaften ist gerade das Anliegen dieser Arbeit. Es wird ein Konstituentenmodell aus den Ruhmassen realer physikalischer Teilchen entwickelt. Aus ersten Ansätzen, einem Grundmodell, konnten die magnetischen Dipolmomente einfacher Kerne dargestellt werden /3/. In dieser Abhandlung werden aus einem erweiterten Modell Bindungsenergien der Kerne abgeleitet.

Mit der Art der Problemlösung in diesem Aufsatz, abseits von unitären Symmetrien, Quantenfeldtheorien und anderen, bewegt man sich auf einem physikalisch erlaubten Gedankenfeld und wird aber logischerweise den Rahmen der üblichen Nomenklatur teilchenphysikalischer Abhandlungen sprengen.

2 Das Teilchenmodell

Für die Darstellung der Nukleonen wird ein Bausteinprinzip genutzt, in dem die Teilcheneigenschaft Ruhmasse als die primär ordnende Größe erscheint. Solche Eigenschaften, wie elektrische Ladung, Spin etc., die die Basis der Teilchenklassifizierung im Quarkmodell bilden, werden nur sekundär zu Rate gezogen. Damit soll der traditionell begangene Weg der Teilchenphysiker bei der Ausarbeitung von Modellen und Teilchentheorien umgangen werden, der zwar durch experimentelle Hinweise induziert, dann aber mehr mathematischen als physikalischen Ansätzen folgte. Als Eingangsgrößen werden die experimentellen Ruhmassen weniger Elementarteilchen und der Nukleonen verwendet. Die Eignung als Konstituenten besitzen nur solche Teilchen, deren Massen unterhalb des Massenspektrums der Nukleonen liegen und die man quasi noch als elementare Teilchen bezeichnen kann. Von den wenigen Möglichkeiten bleiben damit nur noch die Pionen, die Müonen und die Elektronen übrig. Für ein Nukleonenmodell eignen sich besonders die Pionen, die stark wechselwirken, sie sind aber lt. Quarkmodell selbst zusammengesetzte Teilchen. Die Müonen wechselwirken wiederum schwach und elektromagnetisch, eben deshalb sind sie als Kernbausteine nicht erwünscht. Aber die Nukleonen zeigen außer der starken WW auch schwache WW, was in der Umwandlung des Neutrons zum Proton zum Ausdruck kommt, und elektromagnetische WW, die mit der Ladung des Protons in Verbindung steht. Für die Elektronen gelten die gleichen Argumente wie für die Müonen, sie werden im Modell vorerst nur als Hilfsgrößen genutzt.

Wenn sich diese Teilchen, d.h. ihre Ruhenergien, für den Aufbau der Nukleonen eignen, wäre gesichert, dass Teilchen der WW-Arten stark, elektromagnetisch und schwach am Modell beteiligt sind und daraus auch andere außer Spin 1/2 Valenzquarks gebildet werden können. Dieses Modell enthielte von Anfang an Teilchen, an denen die Bindungen angreifen, das sind fermionische Teilchen, und solche, die diese Bindungen vermitteln, das sind stark wechselwirkende bosonische Teilchen.

Empirisch kann man leicht finden, dass die Ruhmassen der Nukleonen von ca. 940 MeV aus Vielfachen der Ruhmassen „elementarer“ Bausteinteilchen dargestellt werden können, so aus 9 Müonen ($9 m_{\mu} \approx 951 \text{ MeV}$) oder 7 neutralen Pionen ($7 m_{\pi^0} \approx 945 \text{ MeV}$). Weitere Lösungen ergeben sich, wenn man Mischungen aus Müonen (105 MeV) und den geladenen Pionen (140 MeV) zulässt, für deren Ruhmassenverhältnis die folgende Näherung (1) gilt.

$$m_{\mu} : m_{\pi} \approx 3 : 4 \quad (1)$$

Aufgrund der genannten Massenbeziehungen und der Näherung (1) kann man eine einfache Näherungsgleichung (2) für die Bildung der Nukleonenmassen ableiten.

$$x m_{\mu} + y m_{\pi} \approx m_{p,n} \quad (2)$$

mit	x	Zahl der Müonen
	y	Zahl der geladenen Pionen
	$m_{\mu} = 105,658 \text{ MeV}$	Ruhmasse Müon
	$m_{\pi} = 139,570 \text{ MeV}$	Ruhmasse geladenes Pion
	$m_p = 938,272 \text{ MeV}$	Ruhmasse Proton
	$m_n = 939,565 \text{ MeV}$	Ruhmasse Neutron

Die folgenden Wertepaare der Teilchenzahlen erfüllen die Näherung (2):

$$\begin{aligned} x_1 = 1 & & y_1 = 6 & & (3) \\ x_2 = 5 & & y_2 = 3 & & \\ x_3 = 9 & & y_3 = 0 & & \end{aligned}$$

Weil die Ganzzahligkeit im Massenverhältnis der Bausteine aber nur annähernd existiert, entstehen schwach voneinander abweichende Massenterme.

$$1 m_{\mu} + 6 m_{\pi} = 943,078 \text{ MeV} \quad (4)$$

$$5 m_{\mu} + 3 m_{\pi} = 947,002 \text{ MeV} \quad (5)$$

$$9 m_{\mu} + 0 m_{\pi} = 950,922 \text{ MeV} \quad (6)$$

Das Ergebnis in (4), (5) und (6) wird als Grundmodell bezeichnet. Aus dem rein energetischen Ansatz entstehen drei Lösungen mit halbzahligen Spin, da jeweils ungerade Müonenzahlen vorhanden sind.

Die 1. Lösung (4) mit der geringsten Energie kann eine Option für das Proton sein, denn sie besitzt 7 Konstituenten, 6 geladene Pionen und ein Müon, und damit ist eine Struktur mit einer unkompensierten Ladung möglich.

Die 2. Lösung (5) mit 8 Konstituenten, 3 geladene Pionen und 5 Müonen, enthält eine gerade Anzahl von Ladungen, und wenn sich die Ladungen kompensieren erhält man eine Darstellung für das ungeladene und im freien Zustand instabile Neutron.

Die 3. Lösung (6) mit 9 Müonen entspricht einem weiteren geladenen Zustand. Sie entsteht aus der zuerst genannten Variante, bei der nicht von Mischungen ausgegangen wurde und enthält keine stark wechselwirkenden Teilchen.

Wie oben angedeutet, kann man auch finden, dass gilt:

$$7 m_{\pi 0} \approx m_{p,n}$$

$$\text{mit } m_{\pi 0} = 134,977 \text{ MeV Ruhmasse neutrales Pion}$$

und damit erhält man im Gegensatz zu (6) einen Zustand mit ausschließlich neutralen und stark wechselwirkenden Spin0-Teilchen. Dessen Energie ergibt sich in der Form der Gleichungen (4) ... (6) aus:

$$0 m_{\mu} + 7 m_{\pi 0} = 944,836 \text{ MeV} \quad (7)$$

Das Grundmodell kann nun vervollständigt werden, denn mit der Einführung des neutralen Pions ist außerdem vorstellbar, dass in Anlehnung an die vorgenannte Konstellation Übergänge von geladenen zu neutralen Pionen ($dE = 4,593 \text{ MeV}$) und umgekehrt stattfinden können. So können insgesamt 16 Übergänge bei den Zuständen (4), (5) und (7) stattfinden, entsprechend der Summe der Pionen in den Zuständen. Energetisch gesehen, d.h. in das Modell passend, werden hier nur Zustände erzeugt, deren Energien annähernd in den Wertebereich der vorhandenen Zustände passen. D.h. es wird von den Zuständen (4), (5) und (7) nur je ein Übergang verwendet. Es entstehen dadurch 3 neue Zustände mit

Energiedifferenzen zum Ruheenergieniveau des Protons von 0,214; 4,137 und 11,157 MeV. Dabei ändern sich die Ladungen der Zustände, aber nicht die Spins. Hier wird das oben genannte Anliegen deutlich, vorläufig als Ordnungsprinzip nur die Teilchenmassen zuzulassen.

Die Ruhmassen der Konstituenten und Nukleonen wurden aus /4/ verwendet.

3 Das Termschema der Nukleonen

Aus den Energiezuständen kann man ein Termschema bilden, das in Abb. 1 zu sehen ist. In der Abbildung sind die relativen Energiebeträge der Terme in bezug auf die Ruhenergie des Protons und wichtige Termdifferenzen eingetragen.

Die Niveaus p_0 und n_0 sind die Grundzustände des Protons bzw. des Neutrons, sie stellen die experimentellen Ruhenergien der Nukleonen dar, alle anderen Niveaus sind Modellzustände. Der Zustand n_k kennzeichnet das Niveau für die maximale Betaenergie, die beim Zerfall des Neutrons frei wird. Zum Grundmodell gehören die 3 Zustände (4), (5) und (6), jetzt p_1 , n_1 und p_2 genannt, die als ein Nukleontriplett erscheinen, wobei die beiden p - Zustände äquidistant um den n - Zustand gelagert sind. Ähnliche Triplets trifft man auch bei anderen Baryonenmultipletts an, z.B. dem Σ -Triplet. Der höchstangeregte Zustand p_2 soll deshalb in Analogie zu den genannten Multipletts als ein negativer Nukleonenzustand interpretiert werden.

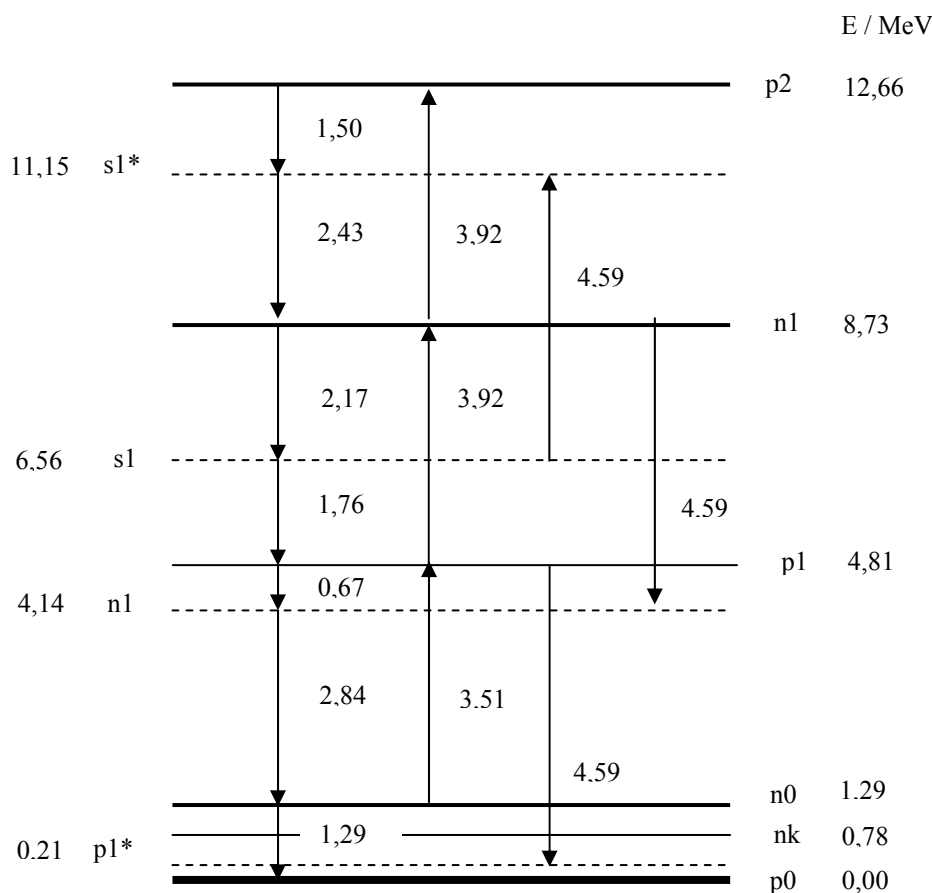


Abb. 1: Terme und wichtige Termdifferenzen des Nukleonenmodells (Energiewerte in MeV)

Alle zusätzlichen Modellzustände, die durch die Einführung des neutralen Pions in das Modell entstehen, werden durch unterbrochene Niveaulinien dargestellt, also auch der neutrale Zustand s_1 . Die Zustände mit Übergängen von geladenen zu neutralen Pionen und umgekehrt stellen Variationen der beiden Grundmodellzustände p_1 und n_1 und des Zustandes s_1 dar und werden auch so bezeichnet. Sie erhalten also die gleiche Bezeichnung p_1 , n_1 und

s1, zusätzlich weist der (*)- Index auf einen Übergang von geladenen zu neutralen Pionen und umgekehrt hin.

Die Energien der Terme p_0 und p_2 sind aufgrund der Ausgangsdaten (Ruhmasse Proton und Neutron) mit sehr kleinen Unsicherheiten behaftet, sie betragen ca. $\pm 0,1$ keV. Damit ist die maximale Termdifferenz ($p_2 - p_0$) des Modells eine sehr vertrauenswürdige Größe. Alle anderen Modellterme enthalten Massen der Pionen, deren Unsicherheiten zwischen 0,35...0,6 keV liegen.

Die Energien der Modelllösungen erscheinen als diskrete angeregte Nukleonenterme, sie liegen energetisch bis ca. 12 MeV höher als die Ruhenergien der Nukleonen. Es fällt auf, dass diese Werte in der Größenordnung der nukleonischen Stromquarks und der Bindungsenergien der Nukleonen liegen.

3.1 Definitionen

Bevor die weitere Vorgehensweise erläutert wird, müssen einige Bezeichnungen und Definitionen geklärt werden. Wie üblich werden die Modellzustände oder Energieniveaus als Terme, Differenzen aus diesen Termen als Termdifferenzen (TD) bezeichnet. Darunter fallen auch die Massendifferenzen, wie die Massendifferenz zwischen den geladenen und neutralen Pionen, und andere. Diese Bezeichnungen stehen für die Energiegrößen in MeV.

In den folgenden Tabellen 1 und 2 werden die Terme und TD, ihre Herkunft bzw. Herleitung, die Bezeichnungen der Terme und ihre Größen aufgelistet. Unterscheidungen erfolgen dabei für die Terme hinsichtlich ihrer Herkunft, d.h. stammen sie aus dem Grundmodell oder aus dem erweiterten Modell, und ihrer Ableitung mit/ohne Beteiligung experimentell vermessener Ruhenergien der Nukleonen.

Alle Terme in Tabelle 1 sind außer der Elektronruhmasse e_0 auf die Protonruhmasse p_0 normiert. Im Gegensatz zum Termschema in Abb.1 erscheint der Term n_k in Tabelle 2 als Termdifferenz ($n_0 - e_0$) mit dem Namen TDE1 und die Elektronruhmasse in Tabelle 1 als experimenteller Term.

In der Tabelle 2 sind nur einige wichtige TD, die aus den Termen der Tabelle 1 gebildet werden, enthalten. Bei den TD wird zwischen primären, sekundären und tertiären TD unterschieden, wobei die TD niedrigerer Ordnung als Quellen für TD höherer Ordnung fungieren. Die primären TD sind außer TD1 Differenzen aus benachbarten Niveaus.

Tabelle 1: Experimentelle Terme, Terme des Grund- und erweiterten Modells

Terme experimentell		Terme Grundmodell		Terme erweitertes Modell incl. π_0	
Name	MeV	Name	MeV	Name	MeV
p0	0,0000	p1	4,8074	p1*	0,2138
e0	0,5110	n1	8,7304	n1*	4,1368
n0	1,2933	p2	12,6533	s1	6,5642
				s1*	11,1578

Tabelle 2: Primäre, sekundäre und tertiäre Termdifferenzen aus dem Modell

Termdifferenzen primär (ohne Beteiligung exp. Terme)			Termdifferenzen sekundär und tertiär (ohne Beteiligung exp. Terme)			Termdifferenzen sekundär (unter Beteiligung exp. Terme)		
Herleitung	Name	MeV	Herleitung	Name	MeV	Herleitung	Name	MeV
$\pi - \pi_0$	TD1	4,5936	TD1 - TD2	TDS1	0,6706	$n_0 - e_0$	TDE1	0,7823
$p_2 - n_1$	TD2	3,9229	TD3 - TD4	TDS2	0,4094	$p_1 - n_0$	TDE2	3,5141
$n_1 - p_1$	TD2	3,9229	TD4 - TD5	TDS3	0,2612	$s_1 - n_0$	TDE3	5,2708
$n_1 - s_1$	TD3	2,1662	TD6 - TD5	TDS4	0,9319			
$s_1 - p_1$	TD4	1,7568	TDS2-TDS3	TDT1	0,1482			
$p_2 - s_1^*$	TD5	1,4955	TDS1-TDT1	TDT2	0,5224			
$s_1^* - n_1$	TD6	2,4274	TDS4-TDT1	TDT3	0,7837			

3.2 Zu Termdifferenzen und Termspezifika

Aufgrund der Spezifik des Modellaufbaus aus ursprünglich zwei Basisteilchen und deren gegenseitigem Austausch bei nahezu konstanter Gesamtmasse, der Erweiterung des Modells durch die Einführung des neutralen Pions, der Modifizierung der Terme durch Pionenübergänge sowie der sukzessiven Bildung von Differenzen aus Termen stellen alle TD Übergänge von diskreten Teilchenkonfigurationen dar.

Diese Energiebeträge treten jetzt teilweise zueinander wieder in Vielfachen auf. Auch können TD auf unterschiedlichste Art additiv aus anderen gebildet werden. So erscheinen z.B. die Termdifferenzen TD4 und TDS3 als Einheitsgrößen, erstere in TDE2 und TDE3 und letztere in TDT2 und TDT3 bzw. TDE1.

Anhand der Termdifferenz TD4 soll beispielhaft der Übergang von einer Teilchenkonfiguration in eine andere dargestellt werden. Der Ausdruck lautet:

$$TD4 = (s1 - p1) = 7\pi_0 - (1\mu + 6\pi) = (\pi_0 - \mu) - 6(\pi - \pi_0) = 1,757 \text{ MeV}$$

Durch den Ausdruck wird verständlich, dass alle TD definitiv nur aus den Energiedifferenzen der 3 Konstituenten entstehen können. Weitere Eigenheiten der TD weisen auf mögliche Zusammenhänge des Modells mit den Ruhmassen der Elektronen und Neutrinos hin. Ein Nachweis, ob das Elektron im Modell eventuell als Konstituent auftritt, kann noch nicht erbracht werden, aber zwei nahe liegende Anzeichen können angeführt werden.

Zum einen weist die Termdifferenz TD1, die Massendifferenz aus geladenem und neutralem Pion, einen Massenwert von $(4,5936 \pm 0,0005) \text{ MeV}$ auf, der etwa das 9- fache der Elektronenmasse ($4,5990 \text{ MeV}$) beträgt. Die Differenz des Modellwertes zum Vielfachen der Elektronenmasse beträgt $- 5,4 \text{ keV}$, das entspricht einer Abweichung von nur $- 0,6 \text{ keV / Elektron}$.

Zum anderen ist der s1-Zustand des Modells aus 7 neutralen Pionen als Einziger genau ein Vielfaches der Elektronenmasse, das 1849-fache von $0,511 \text{ MeV}$ (Abweichung ca. $0,8 \text{ keV}$). Die Unsicherheit des Massenwertes der experimentell bestimmten Pionenmasse beträgt $\pm 0,6 \text{ keV}$. Dabei entsteht eine widersprüchliche Konstellation, denn der neutrale bosonische Zustand entspricht einem ungeraden Vielfachen eines geladenen Teilchens, d.h. einem geladenem fermionischen Zustand.

3.3 Berechnung der Nukleonenruhmassen

Um die Ruhenergien der Nukleonen aus Modellwerten darstellen zu können, benötigt man Terme oder TD, die unabhängig von p_0 sind. Für die folgenden Berechnungen werden deshalb die verwendeten Terme p_1 und p_1^* in absoluten Massenwerten, d.h. nichtnormiert eingesetzt. Das Vorhaben gelingt z.B. für das Proton mit dem Term p_1^* , der dem Term p_0 am nächsten liegt, wenn man davon das Zweifache von $(2 \text{ TDS4} - \text{TD4})$ subtrahiert. Diese beiden TD treten auch bei der Berechnung der Bindungsenergien in Kapitel 4 wieder auf.

$$p_0 = p_1^* - 2 (2 \text{ TDS4} - \text{TD4}) = 938,2719 \text{ MeV} (938,2720 \text{ MeV} \pm 0,08 \text{ keV}) \quad (8)$$

Der Vergleich mit dem experimentellen Wert der Ruhmasse des Protons, siehe Klammerausdruck, ergibt eine Abweichung von nur $- 0,10 \text{ keV}$, die an der Grenze der angegebenen Unsicherheit von $\pm 0,08 \text{ keV}$ liegt.

Auch die Neutronenruhenergie berechnet sich aus Modellwerten:

$$n_0 = p_1 - 2 \text{ TD4} = 939,56595 \text{ MeV} (939,5654 \text{ MeV} \pm 0,08 \text{ keV}) \quad (9)$$

Die Differenz zum experimentellen Wert beträgt hier $+ 0,59 \text{ keV}$.

Damit ergibt sich die Zerfallsenergie des Neutrons nach einigen Umwandlungen aus (8) und (9) zu:

$$n_0 - p_0 = \text{TD1} - 4 (\text{TD4} - \text{TDS4}) = 1,2940 \text{ MeV} (1,2933 \text{ MeV}) \quad (10)$$

Der experimentell exakt verifizierte Wert der Zerfallsenergie des Neutrons besitzt eine Unsicherheit von $\pm 0,5 \text{ eV}$, die Abweichung des Modellwertes dazu ergibt $+ 0,7 \text{ keV}$.

Die Beta-Maximalenergie oder Grenzenergie beim Neutronzerfall zeigt sich direkt in der TD TDT3 mit $0,7837 \text{ MeV}$ ($0,7823 \text{ MeV}$).

Auffällig ist auch, dass das 5- fache der TD4 zu der Größe der maximalen Bindungsenergie pro Nukleon führt (11), die beim Kern ^{56}Fe vorliegt (Abweichung ca. $- 6,7 \text{ keV}$). Dies entspricht auch etwa der Summe der beiden TD TDE2 und TDE3.

$$E_{\text{max.}}/\text{Nukleon} = 5 \text{ TD4} = 5 \times 1,75675 \text{ MeV} = 8,7838 \text{ MeV} (8,7905 \text{ MeV}) \quad (11)$$

Man kann annehmen, dass die Energiedifferenzen, einschließlich der im Kapitel 2.3 aufgeführten, nicht allein auf Unsicherheiten der experimentellen Massenwerte zurückzuführen sind. Sie erscheinen oft in der Größenordnung und Vielfachen der Energiegröße $0,6 \text{ keV}$, die eventuell mit einer Existenz von Neutrinoruhmassen und einer Quantelung der Nukleonenmassen und ihrer Konstituenten mit der Elektronenmasse in Verbindung gebracht werden kann.

4 Die Bindungsenergien der Atomkerne

4.1 Grundlagen

Es ist vorstellbar, dass sich die Nukleonen bei schwacher Anregung letztlich nur in den diskreten Energiezuständen des Modells aufhalten können. WW der Nukleonen, d.h. Stöße, Bindungen, Zerfälle, entstehen, wenn sich Energieniveaus mindestens zweier Nukleonen kontaktieren und Energiebereiche überlagern, das ist analog zur Überlagerung von Wellenfunktionen. Als WW-Energie tritt der zwischen bestimmten Niveaus beider beteiligter Nukleonen befindliche, d.h. überlappende Energiebetrag auf. Diese Darstellungen werden nur für einfache Beispiele demonstriert, siehe Abb.2. Wenn es zu einer solchen Überlagerung kommt, dann verschieben sich alle Niveaus um diesen Betrag in niedrigere Energiebereiche unterhalb der Ruhenergie. So wird der Massendefekt bei Bindungen oder die Zerfallsenergie bei Umwandlungen verständlich. Die Stärke der WW wird durch die Größe der Überlappung bestimmt. Die Gesamtbindungsstärke eines Kerns wird sich aus der Addition der einzelnen spezifischen N-N-Bindungsgrößen ergeben.

Diese rein energetischen Betrachtungen können nicht mit Aussagen über Bewegungsvorgänge der Nukleonen unterstützt werden. Das kann ein Konstituentenmodell nicht leisten. Aber einfache strukturelle Bilder und Ordnungsprinzipien sind möglich. Jedes Nukleon kann in eindimensionaler Darstellung zwei Bindungen eingehen, das entspricht den zwei möglichen Spineinstellungen. Das ist gleichbedeutend damit, dass die Nukleonen nur mit ihren nächsten zwei Nachbarn wechselwirken.

Die Intention des Quarkmodells, dass die Nukleonen aus 3 Quarks bestehen, wird übernommen und durch ein Strukturbild in Form eines Ypsilon unterstützt. An den Enden der V-förmigen Verzweigung werden die beiden gleichnamigen Quarks positioniert und an dem einzelnen Strang das ungleichnamige dritte Quark. Somit ist vorstellbar, dass in eindimensionaler Sichtweise zwei Kontaktbereiche für WW existieren.

Die exakten Funktionen und Bedeutungen der Terme und TD des Modells für die Kernbindungen müssen sich noch zeigen. Deshalb werden vorrangig die experimentellen Werte als Orientierungsgrößen herangezogen. Einige Erwägungen kann man dennoch anstellen. Man kann annehmen, dass mit dem Hochenergieterm p^2 , der ein müonischer Zustand ist, eine schwächere Durchdringung der Energieniveaus unterhalb der Ruhenergie verbunden ist. Damit sollten die bei größerem Nukleonenabstand zu erwartenden schwachen Bindungen erklärt werden können. Die anderen Zustände enthalten stark wechselwirkende Spezies und können damit Abstoßungskräfte bzw. bei Energiezufuhr stärker bindende Wirkung erzielen. Sie sollten bei stärkerer Durchdringung der Niveaus in Anspruch genommen werden können, d.h. bei geringerem Nukleonenabstand.

Um die Kernbindungen zu erhalten, werden aus Termen und TD Bindungsarten entwickelt. Typische Bindungsarten erhalten die üblichen Namen, wie Triplett- oder Singulettbindung, aber auch neudefinierte Namen, wie Tensorbindung, mit entsprechenden Abkürzungen. Sie entstehen im Verlaufe der Bindungsanalysen und werden zum Abschluss des Kapitels in der Tabelle 5 zusammengefasst.

Für die weiteren Betrachtungen werden die Massenwerte nur keV- genau verwendet. Es wird jeweils darauf hingewiesen, ob dabei Modellwerte oder experimentell gestützte Werte eingesetzt werden. Das Modell soll nun an einzelnen einfachen Kernen getestet werden.

4.2 Singulett- und Triplettsbindung

Vorerst wird angenommen, dass bei der S-Bindung die Einzelstränge (d.h. zwei Quarks) und bei der T-Bindung die Doppelstränge zweier Nukleonen (d.h. vier Quarks) miteinander koppeln.

Experimentell wurde ermittelt, dass nur die Triplettsbindung (T-Bindung, Spin 1) zwischen Proton und Neutron existiert. Im Grundzustand befinden sich das Proton und das Neutron in den Termen p_0 bzw. n_0 . Erfolgt die Annäherung der beiden Nukleonen so, dass die Terme p_0 und p_1 exakt eine vis à vis Stellung einnehmen, dann kann der Energiebetrag zwischen den n_0 - Termen beider Nukleonen die Bindungsenergie des Deuteronkerns darstellen, dessen Bindungsenergie insgesamt und damit auch pro Nukleon sehr schwach ist. Aus Gleichung (9), in Klammern der experimentell vermessene Wert, erhält man die Deuteronbindungsenergie.

$$BE_T = p_1 - 2 n_0 = (4,807 - 2 \times 1,293) \text{ MeV} = 2,221 \text{ MeV} (2,225 \text{ MeV}) \quad (12)$$

Die Singulettbindung (S-Bindung) wird nur zwischen gepaarten Protonen und Neutronen erwartet, deren Spins sich antiparallel anordnen und damit kompensieren. Aber erst wenn der niedrigste Bindungszustand Tripletts besetzt ist, kann die energetisch höhere Singulettbindung z.B. in einem 3- Nukleonensystem, eingenommen werden.

Bei Gegenüberstellung der Terme n_0 und s_1 zweier Nukleonen kann genügend WW-Energie entstehen. Das Niveau s_1 bedeutet, dass neutrale Pionen ausgetauscht werden können. Das wird bei pp- und nn-Streuung erwartet. Der Energiebetrag zwischen den n_k -Niveaus aus dem Termschema gibt die Singulettbindungsenergie BE_S wieder (s.Abb.2).

$$BE_S = TDE3 + 2 e_0 = (5,271 + 2 \times 0,511) \text{ MeV} = 6,293 \text{ MeV} (6,26 \text{ MeV}) \quad (13)$$

Der Vergleichswert in Klammern stammt aus der Differenz der experimentellen Bindungsenergien von Tritium- und Deuteriumkern. Genaugenommen ist er nur ein Erwartungswert für eine Singulettbindung zwischen Neutronenpaaren, wenn man die Bindungsenergien der Triplettsbindungen der betrachteten Kerne gleichsetzt. Beide Bindungen wurden aus experimentell gestützten Größen berechnet.

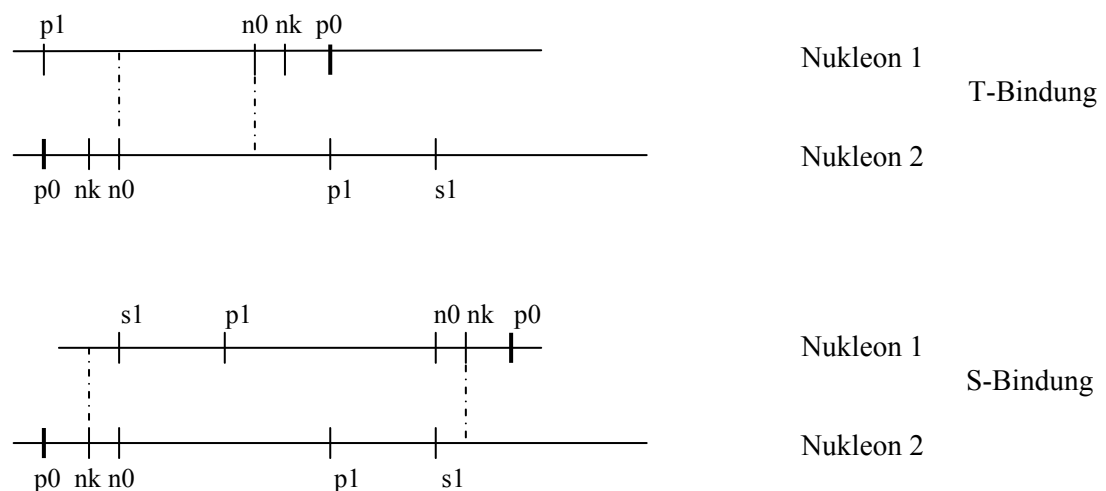


Abb. 2: Kopplungsschemata der T- und S-Bindungen

4.3 Tritium- und ^3He - Kern

Die Kerne mit der Massenzahl $A = 3$ bilden eine Reihe, also n-n-p bzw. p-p-n, und sollten jeweils 2 Bindungen, eine Singulett- und eine Triplettdbindung, enthalten. Der halbzahlige Kernspin wird damit durch das ungepaarte Nukleon gebildet.

Der Kern ^3H ist radioaktiv und zerfällt mit einer Halbwertszeit von 12,3 Jahren durch Betazerfall zum ^3He . Die Energie der Betastrahlung beträgt 18,6 keV. Die Summe beider Bindungsenergien aus dem Modell führt zu einem Wert von 8,514 MeV, der der Größe der experimentell vermessenen Tritiumbindungsenergie von 8,482 MeV schon sehr nahe kommt.

Diese Lösung ist nicht zufriedenstellend. Die S-Bindung zwischen 2 Neutronen sollte die Möglichkeiten der Umwandlung mindestens eines Neutrons in ein Proton enthalten. Das ist nur erfüllt, wenn die Ruhmasse eines Elektrons nicht in der Bindung verbraucht wurde. Ausgehend von der Singulettbindung aus Gleichung (13), deren Funktion noch analysiert werden muss, werden aus symmetrischen Gründen beide Terme e_0 weggelassen. Die sich daraus ergebende Bindung sollte die Singulettbindung S_n für Neutronenpaare darstellen, die der Termdifferenz TDE3 mit 5,271 MeV entspricht.

$$BE_{S_n} = TDE3 = 5,271 \text{ MeV} \quad (14)$$

Nun wird eine modifizierte Triplettdbindung eingerichtet, die auch für andere Kerne benötigt wird und die es gestattet, die ^3H -Bindungsenergie und den Zerfall des ^3H zum ^3He darzustellen. Für die $A = 3$ Kerne stellt diese Bindung nur eine Basisgröße dar, die durch spezielle Termdifferenzen ergänzt werden muss. Die Bindung wird aus experimentell gestützten TD abgeleitet und heißt MT1, siehe (15).

$$MT1 = 2 (TDE1 + TDT1) = 2 (0,7823 + 0,1482) \text{ MeV} = 1,861 \text{ MeV} \quad (15)$$

Mit Hilfe dieser Bindung MT1 wird die Triplettdbindung $BE_{T,3H}$ (16) für den ^3H -Kern geformt, die zusammen mit der Singulettbindung TDE3 zu der ^3H -Bindungsenergie (17) führt.

$$BE_{T,3H} = 2 MT1 - e_0 = 3,211 \text{ MeV} \quad (16)$$

$$BE_{3H} = TDE3 + (2 MT1 - e_0) = (5,271 + 3,211) \text{ MeV} = 8,482 \text{ MeV} \quad (17)$$

Der Kern ^3He mit $Z = 2$ ist zwar stabil, aber seine Häufigkeit beträgt nur etwa $1E-04$ %. Seine Bindungsenergie (experimenteller Wert 7,718 MeV) ist um 0,764 MeV geringer als beim ^3H -Kern. Das wird durch die Abstoßungskräfte zwischen den gepaarten Protonen erklärt.

Die S-Bindung des ^3He -Kerns wird eigentlich mit 5,493 MeV aus der Bindungsenergie-differenz von ^3He (experimenteller Wert 7,718 MeV) und ^2H (2,225 MeV) erwartet. Dieser Erwartungswert liegt zwischen den beiden bisher entstandenen S-Bindungen. Es ist deshalb angebracht, für die S-Bindung des ^3He wiederum von (13), der Bindung BE_S , oder auch von (14), der Bindung BE_{S_n} , auszugehen.

$$BE_{S_p} = BE_{S_n} + 0,312 \text{ MeV} = BE_S - 0,71 \text{ MeV} = 3 MT1 \quad (18a)$$

$$BE_{S_p} = (5,271 + 0,312) \text{ MeV} = (6,293 - 0,71) \text{ MeV} = 5,583 \text{ MeV} \quad (18b)$$

Die Größe dieser S-Bindung entsteht primär aus dem Vielfachen der Bindung MT1. Die beiden Terme, mit denen die S-Bindungen in (18a) vervollständigt wurden, stammen aus der Beziehung $(1,022 = 0,71 + 0,312)$ MeV. Sie stellen in etwa den Betrag der Coulomb-Konstante von 0,714 MeV und die um die Coulomb-Konstante verminderte Ruhmasse eines Elektron-Positron-Paares dar, was einer Masse von 0,312 MeV entspricht.

Wird zu der Bindung BE_{Sp} eine leicht modifizierte MT-Bindung (19) hinzugefügt, die für die T-Bindung des ${}^3\text{He}$ -Kerns BE_{T3He} steht, so erhält man die Gesamtbindungsenergie für den ${}^3\text{He}$ -Kern (20), deren Abweichung zum experimentellen Wert $-0,3$ keV beträgt.

$$BE_{T3He} = MT1 + (n0 - 2 e0) = (1,861 + 0,271) \text{ MeV} = 2,132 \text{ MeV} \quad (19)$$

$$BE_{3He} = BE_{Sp} + BE_{T3He} = (5,583 + 2,132) \text{ MeV} = 7,715 \text{ MeV} \quad (20)$$

Die energetischen Beziehungen bei der Umwandlung dieses 3-Nukleonensystems, die jetzt diskutiert werden, zeigen sich im Zerfallsschema in Abbildung 3 deutlich. Alle genannten Zustände können durch Terme und TD des Modells belegt werden. An der rechten Energieachse sind die Zustände in einer möglichen Zusammensetzung von Termen und TD angegeben.

Die Zerfallsenergie von 0,530 MeV entsteht, wenn die T-Bindung des ${}^3\text{H}$ vom Zustand 3,211 MeV über den Zustand 2,700 MeV in den Zustand 2,682 MeV wechselt. Bei der 1. Stufe wird die Ruhmasse des Elektrons frei und bei der 2. Stufe die Beta- Maximalenergie. Beim Übergang in den Zustand 2,132 MeV des ${}^3\text{He}$ wird Bindungsenergie von 0,550 MeV abgebaut. Ein Teil des Bindungsenergiedefizits geht in den Bindungsenergieaufbau der S-Bindungen, somit verbleibt ein Bindungsenergiedefizit von $(0,550 - 0,312 = 0,238)$ MeV. Interpretiert man die gesamte Zerfallsenergie als Defizit an Bindungsenergie (bzw. als „Ruhmassengewinn“), so erhält man aus der Summe des Defizits $(0,530 + 0,238 = 0,768)$ MeV die oben genannte Größe der Bindungsenergie Differenz der beiden Kerne.

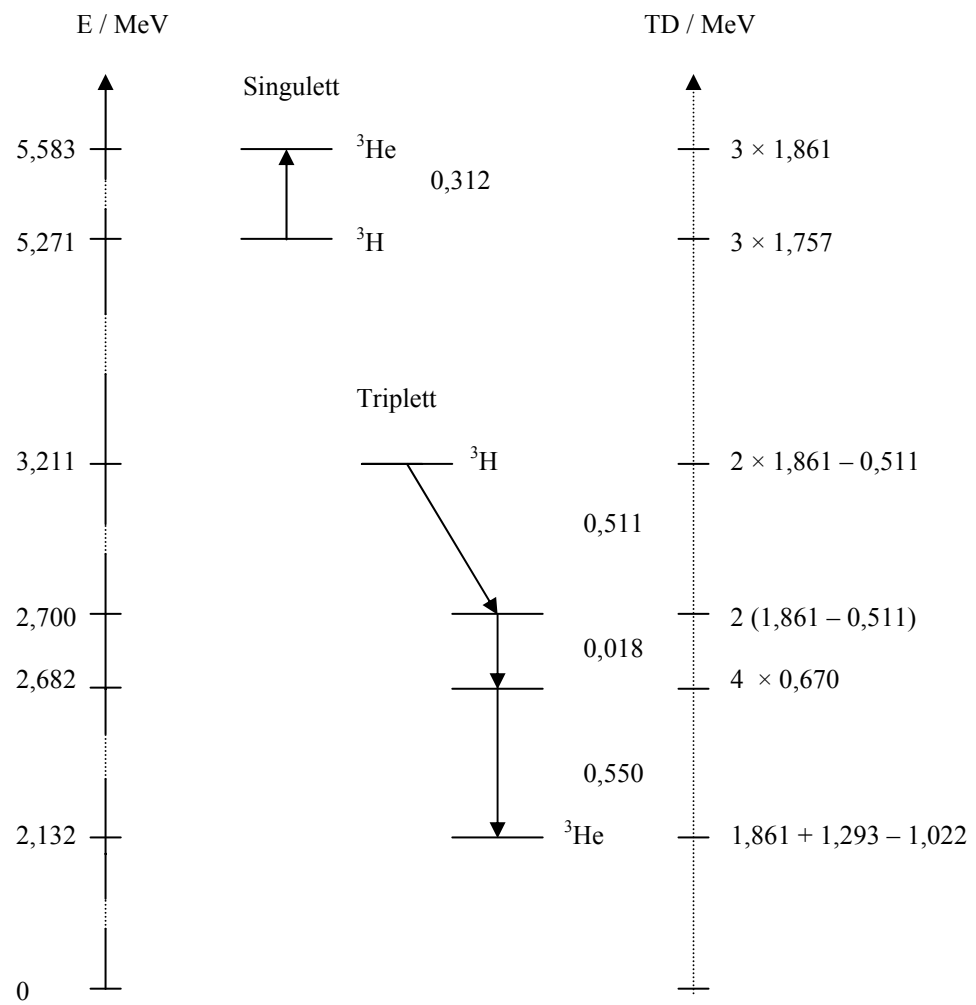


Abb. 3: Zerfallsschema des ${}^3\text{H}$ -Kerns mit den Zustands-Übergängen für die S- und T-Bindungen

4.4 Alpha-Kern

Für den g-g Kern ${}^4\text{He}$ mit Spin, magnetischem Dipol- und elektrischen Quadrupolmoment gleich Null wird eine zweidimensionale symmetrische Struktur vermutet. Die Bindungsenergie beträgt ca. 7 MeV pro Nukleon, d.h. es werden zusätzlich zu den zu erwartenden zwei Singulettbindungen weitere starke Bindungen hinzukommen müssen. Deshalb sollte sich die Bindungsenergie aus zwei perpendicular liegenden Singulett- und 4 zusätzlichen, die Singulettbindungen umhüllenden, d.h. tensorähnlichen Bindungen (TS) darstellen lassen. Diese TS-Bindungen BE_{TS} sollten vom Zwei-Quark-System ausgehen, dass schon die Triplettbindungen erzeugt und dessen Bindungspotential jetzt frei ist. Die S-Bindungen werden von den beiden Protonen gestellt.

Jedes Nukleon des Verbundes geht mit einem der weiteren Nachbarn Bindungen ein, d.h. jedes Nukleon koppelt in dieser zweidimensionalen Darstellung an drei Nachbarn. Der Heliumkern ist damit nach außen abgeschirmt. Deshalb und wegen der obengenannten Eigenschaften spielt dieser He-Kern als relativ stabile Nukleonenstruktur eine eigenständige Rolle als Kernbaustein und als Geschoss- und Strahlungsteilchen.

Für die Tensorbeiträge, die Terme n1 zweier Nukleonen stehen sich gegenüber, sind jetzt noch die Termdifferenzen $(p_2 - n_1)$ der 4 Nukleonen und $(n_1 - p_1)$ der zwei Neutronen frei. Eine Tensorbindung entspricht demzufolge der TD in Gleichung (21).

$$BE_{TS} = TD_2 = 3,923 \text{ MeV} \quad (21)$$

Die Gesamt- Bindungsenergie des ${}^4\text{He}$ - Kerns ergibt sich jetzt aus (22).

$$BE_{\alpha} = 2 BE_S + 4 BE_{TS} = (12,568 + 15,692) \text{ MeV} = 28,278 \text{ MeV} \quad (28,296 \text{ MeV}) \quad (22)$$

Es wird deutlich, dass nur die Verwendung der stärksten S-Bindung BE_S aus Gleichung (13) zum richtigen Ergebnis führt. Diese Bindung wird offensichtlich nur bei der Kopplung der 4 Nukleonen im Alphakern genutzt. Nur zur Unterscheidung von den beiden anderen S-Bindungen wird sie als S-Bindung für n-p Kopplung bezeichnet. Aus dieser Bindung heraus ist ein Neutronenzerfall nicht mehr möglich, denn die Terme e_0 sind durch die S-Bindungen besetzt.

4.5 Kerne mit 6 und 7 Nukleonen

Die Bindungsenergien der Kerne mit 6 - 7 Nukleonen sind ca. 4 x größer als die der Kerne mit 3 Nukleonen. Das bedeutet, dass auch Kerne mit 6 und 7 Nukleonen offensichtlich in der Substruktur einen Alphakern bilden, an dem einzelne Nukleonen ankoppeln können. Im Folgenden werden einige leichte Kerne beispielhaft analysiert, siehe auch Tabelle 3.

Der Kern ${}^6\text{Li}$ mit Spin 1 kann gedeutet werden als eine Alphastruktur mit 2 schwachen MT-Bindungen für die Anbindung eines Protons und eines Neutrons, vorstellbar als p- α -n. Die an die Protonen der Alphastruktur ankoppelnden Nukleonen bilden damit eine Deuteronstruktur, der ein Alphakern zwischengelagert ist und damit kann auch der Spin erklärt werden.

Die Gesamtbindungsstärke des Kerns ${}^6\text{Li}$ setzt sich zusammen aus:

$$BE_{6\text{Li}} = (BE_{\alpha} + 2 \text{ MT1}) \text{ MeV} = (28,278 + 3,722) \text{ MeV} = 32,000 \text{ MeV} \quad (23)$$

Die experimentelle Bindungsenergie beträgt zum Vergleich 31,995 MeV.

Der Kern ${}^7\text{Li}$ besitzt ein Neutron mehr als ${}^6\text{Li}$, d.h., die 3 Nukleonen können die Struktur eines ${}^3\text{H}$ -Kerns bilden, der den Alpha-Zentralkern von 3 Seiten umhüllt. Die Bindungsenergie der 3 ankoppelnden Nukleonen setzt sich zusammen aus 3 MT1 und zwei modifizierten TS-Bindungen. Die modifizierte TS-Bindung MTS entsteht aus der folgenden Beziehung in (24a).

$$\text{MTS1} = 2 (\text{MT1} - e_0) = 2 (1,861 - 0,511) \text{ MeV} = 2,700 \text{ MeV} \quad (24a)$$

Die gesamte Kopplungsenergie der 3 Nukleonen am Alphakern setzt sich zusammen wie folgt (24b):

$$3 \text{ MT1} + 2 \text{ MTS1} = (5,583 + 5,400) \text{ MeV} = 10,983 \text{ MeV} \quad (24b)$$

Aus Gleichung (25) berechnet man die Gesamtbindungsstärke des ${}^7\text{Li}$ -Kerns.

$$BE_{7\text{Li}} = (BE_{\alpha} + 3 \text{ MT1} + 2 \text{ MTS1}) = 39,261 \text{ MeV} \quad (39,246 \text{ MeV}) \quad (25)$$

Der Zerfall des natürlichen Radionuklids ${}^7\text{Be}$ (Erzeugung über Spallationsprozesse in der Hochatmosphäre) zum ${}^7\text{Li}$ erfolgt mit einer Halbwertszeit von 53,3 Tagen über Elektroneneinfang.

Der Kern ${}^7\text{Be}$ kann analog wie ${}^7\text{Li}$ aus einem Alpha-Zentralkern und einem ${}^3\text{He}$ -Kern dargestellt werden. Letzterer umhüllt wieder den Alphakern von 3 Seiten, was der Besetzung einer neuen Schale entspricht. Die Bindungsenergien der 3 ankoppelnden Nukleonen setzt sich wie bei ${}^7\text{Li}$ zusammen aus 3 MT1 und zwei modifizierten TS-Bindungen zusammen. Für die MTS-Bindungen verbleiben zur Darstellung der Gesamtbindungsenergie des Kerns noch die Energie zweier MT1-Bindungen (d.h. $\text{MTS2} = \text{MT1}$). Die Summe der Bindungsenergien für die ankoppelnden Nukleonen (26) setzt sich deshalb zusammen aus:

$$3 \text{ MT1} + 2 \text{ MTS2} = 5 \text{ MT1} = 5 \times 1,861 \text{ MeV} = 9,305 \text{ MeV} \quad (26)$$

Die Bindungsenergie des Kerns ${}^7\text{Be}$ ergibt sich somit aus der Beziehung (27).

$$BE_{7\text{Be}} = (BE_{\alpha} + 5 \text{ MT1}) \text{ MeV} = 37,583 \text{ MeV} \quad (37,601 \text{ MeV}) \quad (27)$$

4.6 Zusammenstellung der Bindungsenergien

Die Bindungsenergien aller bisher analysierten Kerne werden in Tabelle 3 vorgestellt. Dabei werden die Kerne mit 6 und 7 Nukleonen in α -Kerne und Restkerne aufgeteilt. Für die betreffenden Kerne werden dann nur noch die Ankopplungsgrößen der Restnukleonen an die α -Struktur angegeben. Die TD können auch in anderer Weise angegeben werden.

Tabelle 3: Bindungsenergien leichter Kerne

Kern	Zahl der α -Kerne	Restkern	TD für Kopplungen	BE Modell [MeV]	BE experimentell [MeV]	BE-Differenz (Modell – exp.) [MeV]
^2H	0	-	TDE2-n0	2,221	2,225	+ 0,004
^3H	0	-	TDE3+2MT1-e0	8,482	8,482	0,000
^3He	0	-	4MT1+n0-2e0	7,715	7,718	- 0,003
^4He	1	-	2(TDE3+2e0)+4TD2	28,278	28,296	- 0,018
^6Li	1	^2H	2MT1	32,000	31,995	+ 0,005
^7Li	1	^3H	3MT1+2MTS1	39,261	39,246	+ 0,015
^7Be	1	^3He	3MT1+2MTS2	37,583	37,601	- 0,018

4.7 Einige magische und nichtmagische Kerne

Für die Bindung der doppelt geraden, in Alphastrukturen auflösbare und größere Kerne muss eine WW eingeführt werden, die quasi die Bindungen zwischen den Alphastrukturen berücksichtigt.

Die Neutronen besitzen dafür u.a. noch die energetisch günstig liegenden freien Valenzen ($p_1 - n_0$). Damit entstehen Bindungen, die der Tripletbindung ähnlich sind. Deshalb werden sie modifizierte Tripletbindungen genannt. Der Unterschied zur Tripletbindung der $A = 3$ Kerne besteht darin, dass diese Bindung eine nach außen abgeschottete innere WW darstellt. Um die modifizierte Tripletbindung darstellen zu können, werden Energiebeträge der Größe des Terms p_1 und energieärmere benötigt. Das bedeutet, dass es zu Umorientierungen kommen muss, denn die Zustände $(n_0 - nk) = e_0$ sind alle besetzt. Der Term p_1 , in normierter Form auch eine TD (entspricht $p_1 - p_0$), wird hier zu der Bindungsgröße MT_4 erklärt.

$$BE_{MT_4} = p_1 - p_0 = 4,807 \text{ MeV} \quad (28)$$

Eine allgemeine Formel für die Bindungsenergie alphastrukturierter Kerne lautet damit:

$$BE_{\alpha K} = A / 4 (2 BE_S + 4 BE_{TS}) + [(A/4) - 1] BE_{MT_4} \quad (29)$$

$$\text{für } A = 4, 16, 20$$

Der erste Term in (29) mit dem Faktor $(A / 4)$ steht für die Bindungsenergie der isolierten Alphakerne, der zweite mit dem Faktor $(A / 4) - 1$ steht für die Bindungsenergie der Kopplungen zwischen den Alphakernen.

Eine Berechnung über die Formel (28) versagt beim Kern ^{12}C , dessen Bindungsenergie zwischen den 3 Alphakernen aber durch zwei weitere neue MT-Bindungen, MT_2 ($p_1 - n_0 = 3,514 \text{ MeV}$) und MT_3 ($p_1 - 2 \times e_0 = 3,785 \text{ MeV}$), dargestellt werden kann, siehe die Tabellen 4 bzw. 5.

Auch der doppelmagische Kern ^{40}Ca kann damit nicht berechnet werden. Unter der Annahme von 10 Alphastrukturen wird eine mehr zweidimensionale Struktur vermutet, d.h. z.B. eine Matrix mit je 3 Reihen und Spalten für 9 Alphakerne und dem an der Mittelreihe ankoppelnden 10. Alphakern. Das ergibt insgesamt 13 Kopplungen, davon 12 MT_4 - und eine MT_1 - Kopplung.

In Tabelle 4 wurden für einige Kerne, die sich als Vielfache des α - Kerns darstellen lassen, die doppelmagischen Kerne ^4He , ^{16}O und ^{40}Ca , den einfach magischen Kern ^{20}Ne sowie den nichtmagischen Kern ^{12}C , die Ergebnisse zusammengestellt. Im Alpha-Bild ist nur entscheidend, wie viel MT-Bindungen benötigt werden. Der Term $(A / 4) - 1$ in (29) ist nur für einfache Strukturen geeignet.

Tabelle 4: Bindungsenergien alphastrukturierter Kerne

Kern	Zahl der α -Kerne	Zahl der α -Kopplungen	TD für Kopplungen	BE Modell [MeV]	BE experimentell [MeV]	BE-Differenz (Modell – exp.) [MeV]
^4He	1	0	-	28,278	28,296	-0,018
^{12}C	3	2	MT_2+MT_3	92,133	92,162	-0,029
^{16}O	4	3	$3MT_4$	127,533	127,619	-0,086
^{20}Ne	5	4	$4MT_4$	160,618	160,652	-0,034
^{40}Ca	10	13	$12MT_4+MT_1$	342,325	342,053	+0,272

4.8 Zusammenstellung der Bindungsarten

In Tabelle 5 sind die verschiedenen Bindungsarten, ihre Stärken und ihre Funktionen bei den WW und Kernarten aufgeführt. In der vorletzten Spalte wurde versucht, die Bindungsarten als mögliche Vielfache weniger Terme bzw. TD darzustellen, dabei wurden größere Differenzen zugelassen.

Tabelle 5: Übersicht über die Bindungsarten

Bindung	Symbol	Stärke [MeV]	WW	mögliche Aufspaltung in TD [MeV]	Beispiel
Triplet	T	2,221	n-p	$2 \times 1,757 - 1 \times 1,293$	${}^2\text{H}$
Singulett	Sn	5,271	n-n	$3 \times 1,757$	${}^3\text{H}$
	Sp	5,583	p-p	$2 \times 1,757 + 2 \times 1,293 - 1 \times 0,511$	${}^3\text{He}$
	S	6,293	p-n	$3 \times 1,757 + 2 \times 0,511$	${}^4\text{He}$
Tensor	TS	3,923		$1 \times 3,923$	${}^4\text{He}$
modifizierte Tensor	MTS1	2,700		$2 \times 1,861 - 2 \times 0,511$	${}^7\text{Li}$
	MTS2	1,861		$1 \times 1,861$	${}^7\text{Be}$
modifizierte Triplet	MT1	1,861	α -N	$3 \times 1,757 - 1 \times 3,923 + 1 \times 0,511$	${}^6\text{Li}$
	MT2	3,514	α - α -	$2 \times 1,757$	${}^{12}\text{C}$
	MT3	3,785	α - α -	$2 \times 1,757 + 1 \times 1,293 - 2 \times 0,511$	${}^{12}\text{C}$
	MT4	4,807	α - α -	$2 \times 1,757 + 1 \times 1,293$	${}^{16}\text{O}$

Für die Berechnungen wurden die Daten der Isotopenmassen aus /5/ verwendet.

5 Diskussion

Mit diesem Teilchenmodell aus Müonen und Pionen konnten das erste Mal die Ruhmassen der Nukleonen, die maximale Bindungsenergie pro Nukleon und die Kernbindungsenergien für einige Kerne exakt dargestellt werden. Die Ergebnisse bestätigen, dass ein Bausteinprinzip bezüglich der Teilchenmassen auf der nukleonischen Ebene funktioniert.

Die Ableitung dieser wichtigen Größen, insbesondere der Ruhmasse des Protons, die eine physikalische Konstante darstellt, zeigt, dass das Modell die Kernzustände richtig abbildet. Die Übereinstimmungen der berechneten mit den experimentell bestimmten Werten der Bindungsenergien sind für die leichten Kerne präziser als in der Darstellung mit der Bethe-Weizsäcker-Formel, weil mit dem Modell differenzierter die einzelnen N-N-Bindungen hergeleitet werden können, die dann zu den Kernbindungen zusammengefügt werden.

Das schalenmodellartige Verhalten kommt im Auftreten der Alphastrukturen zum Ausdruck, selbst für leichte Kerne kann man ein Alpha-Teilchenbild nutzen.

Bindungsabsättigung und Ladungsunabhängigkeit der Kern-WW sind in dem Modell von vornherein gegeben. Auch die Coulomb-WW kann mit Termdifferenzen des Modells in Verbindung gebracht werden, was ein völlig neues Verständnis für Ladungskompensationen eröffnet. Einige Gesetzmäßigkeiten bilden sich ab, Vielfache bestimmter Termdifferenzen eignen sich für die Berechnung typischer Kernbindungen. Die exakten Begründungen zur Vorgehensweise bei der Ableitungen und der Verwendung der verschiedenen Bindungsgrößen etc. werden aber noch erbracht werden müssen.

Entgegen der Bemerkung in der Einleitung, dass es nahezu unmöglich erscheine, isolierte Zustände von mikrophysikalischen Strukturen zu beobachten oder theoretisch zu erfassen, zeigt das Modell dafür Lösungsansätze auf. Die Modellzustände aus den Konstituenten Müonen und Pionen stellen die nackten isolierten Nukleonen dar, quasi integrable virtuelle Aggregate ohne WW. Diese Aggregate können aber nur in einem neuen Sinne verstanden werden, als potentielle Bausteine für die nukleonische Materie, die aus den Nukleonen mit Ruhmasse und dem zugehörigen Kernfeld, das die WW vermittelt, besteht. Das bedeutet, wenn man mit Konstituentenmodellen den energetischen Aspekt richtig erfasst, dann entsteht die Möglichkeit, dass Feldzustände aus Teilchenaggregationen hervorgehen können.

Alle Zustände des Modells entsprechen diskreten Teilchenkonfigurationen und die daraus ableitbaren Termdifferenzen sind Übergänge zwischen diesen. Aus diesen Zuständen heraus werden die Bindungen zwischen den Nukleonen, ähnlich dem Ritzschem Kombinationsprinzip in der Elektronenhülle, durch Überlagerungen entwickelt. Mit diesem quantenhaften Verhalten sind Stabilität, Reproduzierbarkeit und Umwandlungen möglich und gesichert.

Schon die ersten Ergebnisse mit diesem Modell lassen hoffen, dass die Strukturen der Materie doch noch auf wenige Grundbausteine zurückgeführt werden können. Die Elektronen treten hier noch nicht unmittelbar als Bausteine auf. Hinweise für eine Quantisierung der nukleonischen Materie und ihrer Bausteine mit der Elektronenmasse wurden gefunden. Auch existieren Ansätze für die Darstellung der Neutrinomassen.

Trotz dieser Befunde reichen die unsystematischen Versuche natürlich noch nicht aus, um das Vielteilchensystem der Kernmaterie zu erklären.

Es gibt mehrere Gründe, weshalb ein so einfaches Modell bisher nicht ernsthaft ins Kalkül gezogen wurde.

- Es wird argumentiert, dass die Teilchen aus quantenmechanischen Gründen nicht definier- und lokalisierbar seien und deshalb ist das, was gemessen wird, alles, womit man sich beschäftigen sollte.
- Es wird vermutet, dass das Bausteinprinzip und die damit zusammenhängende Fragestellung nach der Teilbarkeit auf jeder Strukturebene wieder neu auftaucht und damit kein Ende in Sicht ist.
- Es wird bezweifelt, dass das Bausteinprinzip in den Bereichen der starken WW anwendbar sei. Das hängt mit den oben erwähnten Erwartungen zusammen, dass die Bindungskräfte vor allem dynamischen Ursprunges sein sollten.
- Es wird bestritten, dass das elektromagnetisch und schwach wechselwirkende Müon auch als Baustein für stark wechselwirkende Aggregate dienen kann, obwohl zur Zeit die Leptonen (Elektron, Müon, Tauon, Neutrinos) und Quarks als die Grundbausteine der Materie betrachtet werden.

Nicht unbegründet heißt es deshalb bei C.F. von Weizsäcker "Die Existenz scharfer Ruhmassen ist in der bisherigen Teilchenphysik wohl nicht hinreichend als Grundproblem aufgefasst worden" /6/.

6 Literatur

- /1/ Povh, B., Rith, K., Scholz, C., Zetsche, F., Teilchen und Kerne, Springer 1997
- /2/ Gasiorowicz, S., Rosner, J.L., Am. J. Phys., Vol. 49, No. 10, October 1981
- /3/ Schäfer, G., Jahresbericht 1982, ZfK-510, S.124-128, Okt.1983
- /4/ W.-M. Yao et.al. (Particle Data Group), J.Phys. G 33, 1 (2006)
- /5/ Holden, N. E., "Table of Isotops", in Lide, D.R., Ed., CRC Handbook of Chemistry and Physics, 75th Ed., 1995
- /6/ Aufbau der Physik, S. 418, C.F.v.Weizsäcker, Deutscher Taschenbuch Verlag GmbH & Co. KG, München, 2002